

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**НАУЧНЫЙ СЕМИНАР ПО ВОПРОСАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО**  
**АНАЛИЗА**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа магистратуры
Направление подготовки	01.04.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Магистр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Научный семинар по вопросам математического анализа»** для обучающихся по направлению подготовки 01.04.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
доктор физ.-мат. наук

В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений.  
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.  
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;  
дисциплины программы бакалавриата: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, теория чисел, топология.

Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

гармонический анализ, интегральные преобразования, избранные задачи теории чисел.

Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная),  
Производственная практика: преддипломная практика (обязательная).

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.04.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.1 Научный семинар по вопросам математического анализа
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	1	2	0	0	34	38	72	
Очная	2	1	0	0	34	38	72	экзамен
Очная, всего			0	0	68	76	144	

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубленная подготовка в области анализа (вещественного и комплексного); подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

#### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

##### 4.1. Компетенции

ПК-1. Способен интенсивно заниматься научно-исследовательской работой, публично представлять научные результаты

##### 4.2. Индикаторы компетенций

ПК-1.2. Применяет классические и современные математические методы для решения фундаментальных задач анализа и интегральной геометрии.

##### 4.3. Результаты обучения

ПК-1.2.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач гармонического анализа и интегральной геометрии.

ПК-1.2.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины

ПК-1.2.3. Владеет методами теории ортогональных разложений и теории интегрально-геометрических преобразований.

#### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Многочлены Чебышёва	Многочлены Чебышёва первого рода, Асимптотики, Экстремальные свойства
Раздел 2. Многочлены Лежандра	Основные формулы, Алгебраические свойства, Интегральные представления
Раздел 3. Теорема Сони́на	Равномерная оценка многочленов Лежандра, Весовая оценка многочленов Лежандра, Метод Лиувилля-Стеклова
Раздел 4. Ряды Фурье-Лежандра	Ряды Фурье по многочленам Лежандра Теоремы о равносходимости Примеры разложений в ряды Фурье- Лежандра
Раздел 5. Функции Бесселя	Основные формулы, Сферические гармоники, Интегральные представления
Раздел 6. Нули бесселевых функций	Вещественность нулей, Простота нулей, Гипотеза Бурже
Раздел 7. Асимптотики бесселевых функций	Случай большого индекса
	Случай большого аргумента
	Приложения
Раздел 8. Разложения по функциям Бесселя	Ряды Фурье-Бесселя, Ряды Неймана, Ряды Шлёмилха
Раздел 9. Ряды со слабыми лакунами	Тригонометрические ряды, Теорема Нобля, Уточнения теоремы Нобля
Раздел 10. Теоремы единственности	Многомерные тригонометрические ряды, Ряды Лапласа, Приложения
Раздел 11. Уравнение свёртки	Негармонические ряды Фурье, Теоремы об описании решений, Поведение решений на бесконечности

Раздел 12. Проблема продолжения	Теоремы Седлецкого, Многомерный случай, Теорема Зарайского
---------------------------------	--

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 2

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. . Многочлены Чебышёва			6	6	12
Многочлены Чебышёва первого рода			2	2	4
Асимптотики			2	2	4
Экстремальные свойства			2	2	4
Раздел 2. Многочлены Лежандра			6	6	12
Основные формулы			2	2	4
Алгебраические свойства			2	2	4
Интегральные представления			2	2	4
Раздел 3. Теорема Сонина			6	6	12
Равномерная оценка многочленов Лежандра			2	2	4
Весовая оценка многочленов Лежандра			2	2	4
Метод Лиувилля-Стеклова			2	2	4
Раздел 4. Ряды Фурье-Лежандра			6	6	12
Ряды Фурье по многочленам Лежандра			2	2	4
Теоремы о равносходимости			2	2	4
Примеры разложений в ряды Фурье-Лежандра			2	2	4
Раздел 5. Функции Бесселя			5	7	12
Основные формулы			2	3	5
Сферические гармоники			2	2	4
Интегральные представления			1	2	3
Раздел 6. Нули бесселевых функций			5	7	12
Вещественность нулей			2	3	5
Простота нулей			2	2	4
Гипотеза Бурже			1	2	3
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ЗА КУРС / ПО КОМПОНЕНТУ ОП			34	38	72

### 6.2. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 1

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 7. Асимптотики бесселевых функций			6	6	12
Случай большого индекса			2	2	4
Случай большого аргумента			2	2	4
Приложения			2	2	4
Раздел 8. Разложения по функциям Бесселя			6	6	12
Ряды Фурье-Бесселя			2	2	4
Ряды Неймана			2	2	4
Ряды Шлёмильха			2	2	2

Раздел 9. Ряды со слабыми лакунами			6	6	12
Тригонометрические ряды			2	2	4
Теорема Нобля			2	2	4
Уточнения теоремы Нобля			2	2	4
Раздел 10. Теоремы единственности			6	6	12
Многомерные тригонометрические ряды			2	2	4
Ряды Лапласа			2	2	4
Приложения			2	2	4
Раздел 11. Уравнение свёртки			5	7	12
Негармонические ряды Фурье			2	3	5
Теоремы об описании решений			2	2	4
Поведение решений на бесконечности			1	2	3
Раздел 12. Проблема продолжения			5	7	12
Теоремы Седлецкого			2	3	5
Многомерный случай			2	2	4
Теорема Зарайского			1	2	3
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ЗА КУРС			34	38	72
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП			68	76	144

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1

1. Многочлены Чебышёва первого рода,
2. Алгебраические свойства многочленов Чебышёва
3. Асимптотики и оценки многочленов Чебышёва
4. Экстремальные свойства многочленов Чебышёва

#### Раздел 2

5. Многочлены Лежандра
6. Алгебраические свойства многочленов Лежандра
7. Оценки многочленов Лежандра
8. Интегральные представления для многочленов Лежандра

#### Раздел 3

9. Равномерная оценка многочленов Лежандра
10. Весовая оценка многочленов Лежандра
11. Метод Лиувилля-Стеклова

#### Раздел 4

12. Ряды Фурье по многочленам Лежандра
13. Теоремы о равносходимости
14. Примеры разложений в ряды Фурье- Лежандра

#### Раздел 5

15. Основные формулы
16. Сферические гармоники
17. Интегральные представления

#### Раздел 6

18. Вещественность нулей
19. Простота нулей
20. Гипотеза Бурже

#### Раздел 7

21. Случай большого индекса

- 22. Случай большого аргумента
- 23. Приложения
- Раздел 8
- 24. Ряды Фурье-Бесселя
- 25. Ряды Неймана
- 26. Ряды Шлёмильха
- Раздел 9
- 27. Тригонометрические ряды
- 28. Теорема Нобля
- 29. Уточнения теоремы Нобля
- Раздел 10
- 30. Многомерные тригонометрические ряды
  - 31. Ряды Лапласа
  - 32. Приложения
  - Раздел 11
  - 33. Негармонические ряды Фурье
  - 34. Теоремы об описании решений
  - 35. Поведение решений на бесконечности
  - Раздел 12
  - 36. Теоремы Седлецкого
  - 37. Многомерный случай
  - 38. Теорема Зарайского
- 7.2. Темы докладов (рефератов)
  - 1. Алгебраические свойства многочленов Чебышёва
  - 2. Экстремальные свойства многочленов Чебышёва
  - 3. Алгебраические свойства многочленов Лежандра
  - 4. Оценки многочленов Лежандра
  - 5. Интегральные представления для многочленов Лежандра
  - 6. Метод Лиувилля-Стеклова
  - 7. Ряды Фурье по многочленам Лежандра
  - 8. Теоремы о равносходимости
  - 9. Сферические гармоники
  - 10. Интегральные представления
  - 11. Гипотеза Бурже
  - 12. Ряды Фурье-Бесселя
  - 13. Ряды Неймана
  - 14. Ряды Шлёмильха
  - 15. Тригонометрические ряды
  - 16. Теорема Нобля
  - 17. Уточнения теоремы Нобля
  - 18. Многомерные тригонометрические ряды
  - 19. Ряды Лапласа
  - 20. Негармонические ряды Фурье
  - 21. Поведение решений на бесконечности
  - 22. Теоремы Седлецкого
  - 23. Теорема Зарайского
- 7.3. Темы письменных работ (типы задач)
  - Контрольные работы по практике темам:
    - разложение функций в ряд Фурье-Бесселя

- разложение функций в ряд Фурье-Лежандра
- разложение функций в ряды Лапласа

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Теорема Нобля.
2. Разложите индикатор отрезка в ряд Фурье-Лежандра.
3. Найти нормированный многочлен Чебышёва третьей степени на отрезке  $[0, 2]$

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	10
	Самостоятельная работа	10
	Контрольные работы по практике	40
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация		100
Общий итог за семестр		100

### 8.2. Семестр 2



## Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

## 10.1. Основная литература

1. Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены/П.К.Суетин. - Москва: Наука, 1979 - 416 с.
2. Виленкин, Н. Я. Специальные функции и теория представлений групп / Н.Я. Виленкин. - Москва: Наука, 1991. - 576 с.
3. Корнев Б.Г. Введение в теорию бесселевых функций/Б.Г.Корнев.-Москва: Наука, 1971, - 288с.
4. Волчков, В. В. Элементы гармонического анализа / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков. - Донецк :ДонНУ, 2013. - 100 с.

## 10.2. Дополнительная литература

1. Стейн, И. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах / И. Стейн, Г. Вейс. - М.: Мир, 1974. - 334 с.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).